Sérgio Ricardo de Brito Gadelha
http://srbgadelha.wordpress.com
professor.sergio.gadelha@gmail.com

Exercícios Selecionados de Estatística Avançada

Sumário

I – Probabilidade

01 **- (ESAF/Analista do Banco Central do Brasil/2002)** - Uma empresa fabrica motores a jato em duas fábricas A e B. Um motor é escolhido ao acaso de um lote de produção. Nota-se que o motor apresenta defeitos. De observações anteriores a empresa sabe que 2% e 3% são as taxas de motores fabricados com algum defeito em A e B, respectivamente. Sabendo-se que a fábrica A é responsável por 40% da produção, assinale a opção que dá a probabilidade de que o motor escolhido tenha sido fabricado em A.

a) 0,012
b) 0,030
c) 0,308
d) 0,400
e) 0,500

02- **(ESAF/AFPS/2002) -** Suponha que a probabilidade de um evento C seja 0,4 e que a probabilidade condicional do evento D dado que C ocorreu seja 0,2. Assinale a opção que dá o valor da probabilidade de ocorrência de D e C.
a) 0,50
b) 0,08
c) 0,00
d) 1,00
e) 0,60

03 **- (ESAF/AFPS/2002)** - Considere um ensaio aleatório com espaço amostral {T,U,V,W}. Considere os eventos M={T}, N={U,V} e S={W}. Assinale a opção correta relativamente à probabilidade de $M \cap N \cap S$.

a) Não se pode determinar a probabilidade da interseção sem maiores informações.
b) É o produto das probabilidades de M, N e S, pois os eventos são estatisticamente independentes.
c) A probabilidade é um, pois pelo menos um dos três eventos deve ocorrer.
d) A probabilidade da interseção é 1/3 se os eventos elementares forem igualmente prováveis.
e) A probabilidade da interseção é nula, pois os eventos são mutuamente exclusivos.

04 – **(ESAF/Analista do Banco Central/1994)** – O gerente de finanças de um banco chefiou o desenvolvimento e a implantação de um novo sistema que veio causar sérios problemas à instituição devido a um erro cometido por um dos membros da equipe. O Gerente é, com probabilidade igual a 0,8, o responsável pelo erro cometido. Dois assessores diretos, X e Y, sabem se o gerente é ou não culpado e foram chamados para uma reunião com a presidência do banco. O assessor X, primeiro a ser chamado, é amigo do gerente e dirá a verdade, se o gerente for inocente, mas mentirá, com probabilidade igual a 0,2, se o gerente for culpado. Já o assessor Y, segundo a dar testemunho, odeia toda a equipe e dirá a verdade, se o gerente for culpado, mas mentirá, com probabilidade igual a 0,3, se o gerente for inocente.

Com base na situação apresentada, julgue os itens que se seguem.

a) Se X disser à presidência que o gerente é o responsável pelo erro, a chance de o gerente ser inocente será igual a 0,2
b) O testemunho falso mais provável será dado pelo assessor X.
c) Os assessores X e Y darão, com probabilidade igual a 0,16, testemunhos conflitantes.
d) Se X e Y derem testemunhos conflitantes, a chance de o gerente ser inocente será igual a 3/11
e) Os eventos {X mente} e {Y mente} são dependentes.

05 – **(ESAF/Analista do Banco Central/1998) –** De uma urna contendo 10 bolinhas numeradas de 1 a 10, duas são sorteadas sucessivamente sem reposição (a ordem dos números não é levada em consideração). A probabilidade de que os números sejam inferiores a 4 é:
a) 3/10
b) 1/15
c) 2/7
d) 1/3
e) 19/86

06 **- (ESAF/Estatístico/MPOG/2006)** – O Teorema de Bayes diz que, para dois eventos independentes, A e B, com probabilidades não nulas, tem-se que:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Onde $P(A/B)$ é a probabilidade de ocorrer o evento A, sabendo-se que o evento B já ocorreu. Desse modo, pode-se afirmar que:

a) se A e B são eventos mutuamente excludentes, então $P(A/B) = P(A)$

b) se $P(B/A) = P(B)$, então A e B são eventos dependentes.

c) se $P(A) \neq P(B)$, então A e B são eventos independentes.

d) se $P(A) \neq P(B)$, então A e B são eventos dependentes.

e) se $P(A \cap B) = 0$, então A e B são eventos independentes.

07 - (ESAF/Estatístico/MPOG/2006) - Dois novos tipos de vacina contra determinada doença estão sendo testados: a vacina do tipo A e a vacina do tipo B. Esses dois tipos de vacinas foram aplicados em uma população de voluntários. Sabe-se que 60 % dos voluntários receberam vacina do tipo A e 40% dos voluntários restantes receberam vacina do tipo B. Sabe-se, também, que a vacina do tipo A fornece 70% de imunização e a do tipo B fornece 80% de imunização. Assim, a probabilidade de uma pessoa, escolhida ao acaso, estar imunizada dado que lhe foi aplicada a vacina do tipo A é igual a:

a) 0,5
b) 0,42
c) 0,68
d) 21/37
e) 42/75

08 - **(ESAF/Estatístico/MPOG/2006)** – Se E_1 e E2 são dois eventos independentes, então:

a) a probabilidade de E_1 é igual à probabilidade de E_2

b) E_1 e E_2 são mutuamente exclusivos.

c) a probabilidade de E_1 é maior do que a probabilidade de E_2.

d) a probabilidade de E_2 é maior do que a probabilidade de E_1.

e) a ocorrência, ou não, de E_1 não afeta a probabilidade de ocorrência de E_2

II – Medidas de Posição e de Dispersão. Assimetria e Curtose

01 – **(ESAF/Estatístico/MPOG/2006)** - Em uma distribuição positivamente assimétrica, tem-se que
a) a média é maior do que a moda, e a moda maior do que a mediana.
b) a moda é maior do que a mediana, e a mediana maior do que a média.
c) a moda é maior do que a média, e a média maior do que a mediana.
d) a mediana é maior do que a moda, e a moda maior do que média.
e) a média é maior do que a mediana, e a mediana maior do que a moda.

02 – **(ESAF/Estatístico/MPOG/2006)** – Considere os seguintes conjuntos de observações referentes a cinco diferentes variáveis:

A: $\left\{1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 50\right\}$

B: $\left\{1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 50,\ 50\right\}$

C: $\left\{1,\ 1,\ 1,\ 50,\ 50,\ 50\right\}$

D: $\left\{1,\ 1,\ 50,\ 50,\ 50,\ 50\right\}$

E: $\left\{1,\ 50,\ 50,\ 50,\ 50,\ 50\right\}$

O conjunto de observações que apresenta a maior variabilidade, medida pelo desvio-padrão, é o referente à variável:

a) A
b) B
c) E
d) D
e) C

03 – **(ESAF/Estatístico/MPOG/2006)** – O valor mais próximo da média harmônica do conjunto de dados: $\left\{10,\ 5,\ 3,\ 4,\ 5,\ 10,\ 3,\ 8,\ 9,\ 3\right\}$ é igual a:

a) 6

b) 6,5

c) 4,794

d) 10

e) 3,9

04 – **(ESAF/Estatístico/MPOG/2006)** – Uma empresa aplicou o mesmo teste de desempenho para determinada função a dois diferentes grupos de funcionários: o grupo A e o grupo B. Nesse teste, quanto maior o número de pontos atingidos, melhor é o desempenho do funcionário. Sabe-se que a média de pontos alcançada pelo grupo A foi igual a 75, com desvio-padrão 5. Sabe-se, também, que a média de pontos alcançada pelo grupo B foi igual a 70, com variância 100. Carlos, que participou do grupo A, obteve 85 pontos. Maria, que participou do grupo B, obteve 80 pontos. Assim, pode-se afirmar que

a) o desempenho relativo de Carlos foi pior do que o de Maria.
b) ambos tiveram o mesmo desempenho relativo.
c) o desempenho relativo de Carlos foi melhor do que o de Maria.
d) o desempenho de Maria apresentou maior variabilidade.
e) o desempenho de Carlos apresentou menor variabilidade.

05 – **(ESAF/Estatístico/MPOG/2006)** – Considerando o coeficiente de curtose das distribuições de probabilidade, pode-se afirmar que a seqüência que apresenta ordem crescente com relação à respectiva dispersão dos dados é dada pelas distribuições

a) leptocúrtica, mesocúrtica e platicúrtica.
b) platicúrtica, mesocúrtica e leptocúrtica.
c) platicúrtica, leptocúrtica e mesocúrtica.
d) leptocúrtica, platicúrtica e mesocúrtica.
e) mesocúrtica, leptocúrtica e platicúrtica.

http://srbgadelha.wordpress.com
professor.sergio.gadelha@gmail.com

III – Variáveis Aleatórias Discretas e Contínuas. Função de Probabilidade e Densidade de Probabilidade. Distribuição Conjunta, Distribuição Marginal, Independência Estatística, Esperança Matemática e Variância de uma Variável Aleatória. Covariância e Coeficiente de Correlação. Principais Distribuições Estatísticas.

01 - (ESAF/Analista (Planej. e Execução Financeira) - CVM - 2000) - Uma firma distribuidora de eletrodomésticos está interessada em estudar o comportamento de suas contas a receber em dois meses consecutivos. Com este objetivo seleciona, para cada mês, uma amostra de 50 contas. As observações amostrais constam da tabela seguinte:

Valor (R$)	**Freqüência de Março**	**Freqüência de Abril**
1.000,00	6	10
3.000,00	13	14
5.000,00	12	10
7.000,00	15	13
9.000,00	4	-
11.000,00	-	3

No contexto das distribuições de freqüências, as médias amostrais são, respectivamente, R$ 4.920,00 e R$ 4.520,00, para os meses de março e abril. Questiona-se se o valor médio populacional das contas a receber de março difere significantemente do valor médio populacional correspondente de abril. Para verificar esta conjectura, realiza-se um teste de médias, assumindo-se as amostras independentes e provenientes de populações normais com variâncias homogêneas. O valor obtido para a estatística teste foi de 0,78 com valor probabilístico de 43,4%. Assinale a opção correta.

a) Não há evidência de que as médias sejam distintas no nível de significância de 5% e a estatística teste se distribui como t de Student com 97 graus de liberdade, sob a hipótese da igualdade das médias populacionais.

b) As médias diferem significantemente no nível de 45% e a estatística teste se distribui como t de Student com 97 graus de liberdade, sob a hipótese da igualdade das médias populacionais.

c) Não há evidência de que as médias sejam distintas para qualquer nível $\alpha < 43,4\%$ e a estatística teste se distribui como t de Student com 97 graus de liberdade, sob a hipótese da igualdade das médias populacionais.

d) Não há evidência de que as médias difiram no nível de significância de 5% e a estatística teste se distribui como t de Student com 98 graus de liberdade, sob a hipótese da igualdade das médias populacionais.

e) O valor probabilístico associado ao valor da estatística teste não define informação suficiente para que se possa dizer que uma média difere da outra significantemente e a estatística teste se distribui como t de Student com 97 graus de liberdade, sob a hipótese de igualdade das médias populacionais.

02 - (ESAF/Analista (Planej. e Execução Financeira) - CVM - 2000) - Uma pessoa está indecisa se compra uma casa agora ou se espera para comprar daqui a um ano. A pessoa acredita que o aumento do preço da casa em um ano tenha distribuição normal com média de 8% e desvio-padrão de 10%. Se o preço aumentar mais de 25% a pessoa não terá dinheiro para adquirir o imóvel. Por outro lado, se o preço da casa cair, a pessoa sairá lucrando. Assinale a opção que dá as probabilidades de ocorrência de cada um desses eventos, respectivamente. Nos cálculos use a tabela dos valores das probabilidades P(Z > z) para a distribuição normal padrão dada a seguir.

z	P(Z>z)	z	P(Z>z)
0,5	0,309	1,5	0,067
0,6	0,274	1,6	0,055
0,7	0,242	1,7	0,045
0,8	0,212	1,8	0,036
0,9	0,184	1,9	0,029

a) 4,5% e 10,4%
b) 6,7% e 24,2%
c) 4,5% e 24,2%
d) 2,9% e 18,4%
e) 4,5% e 21,2%

03 - (ESAF/Analista (Planej. e Execução Financeira) - CVM - 2000) - Acredita-se que o preço de um bem (X), em reais, tenha distribuição populacional uniforme no intervalo aberto (1; 7). Assinale a opção que corresponde à probabilidade de se observar na população um valor de X de pelo menos 3 reais e de no máximo 5 reais.
a) 2/7
b) 1/3
c) 5/6
d) 1/2
e) 3/4

04 - (ESAF/Analista (Planej. e Execução Financeira) - CVM - 2000) - Acredita-se que o logaritmo neperiano da variável renda (X), medida em milhares de reais, tenha distribuição populacional normal com média 2 e variância unitária. Assinale a opção que corresponde ao valor esperado de X. Em todas as opções a constante *e* representa a base do sistema de logaritmos neperiano.
a) $e^{2,5}$
b) $e^{2,0}$
c) $\log_e 2,0$
d) $1+\log_e 2,0$
e) $e^{3,0}$

05 - **(ESAF/AFPS/2002) -** A média e o desvio-padrão obtidos num lote de produção de 100 peças mecânicas são respectivamente, 16 Kg e 40g. Uma peça particular do lote pesa 18Kg. Assinale a opção que dá o valor padronizado do peso dessa bola.
a) –50
b) 0,05
c) 50
d) –0,05
e) 0,02

06 - **(ESAF/AFPS/2002) -** O atributo X tem distribuição normal com média 2 e variância 4. Assinale a opção que dá o valor do terceiro quartil de X, sabendo-se que o terceiro quartil da normal padrão é 0,6745.
a) 3,3490
b) 0,6745
c) 2,6745
d) 2,3373
e) 2,7500

07 - **(ESAF/AFPS/2002) -** Tem-se uma variável aleatória normal X com média μ e desvio-padrão σ. Assinale a opção que dá o intervalo contendo exatamente 95% da massa de probabilidades de X.
a) $(\mu-0,50\sigma;\ \mu+0,50\,\sigma)$
b) $(\mu-0,67\,\sigma;\ \mu+0,67\,\sigma)$
c) $(\mu-1,00\,\sigma;\ \mu+1,00\,\sigma)$
d) $(\mu-2,00\,\sigma;\ \mu+2,00\,\sigma)$
e) $(\mu-1,96\,\sigma;\ \mu+1,96\,\sigma)$

08 **– (ESAF/AFPS-2002/Administração Tributária Previdenciária) -** Sabe-se que $P\{X \geq 4,3465\} = 0,05$ onde X tem distribuição F com 3 graus de liberdade no numerador e 7 graus de liberdade no denominador. Assinale a opção que dá o valor de y tal que $P\{Y \geq y\} = 0,95$, onde Y tem distribuição F com 7 graus de liberdade no numerador e 3 graus de liberdade no denominador.

a) 0,500
b) 0,230
c) 0,641
d) 0,150
e) 0,780

09- **(ESAF/AFPS/2002) -** A variável aleatória X tem distribuição uniforme no intervalo $(0, \alpha)$ onde α é uma constante maior do que 0,5. Determine o valor de α tal que $F(0,5)=0,7$, sendo $F(x)$ a função de distribuição de X.

a) 3/4
b) 1/4
c) 1
d) 5/7
e) 1/2

10 - **(ESAF/AFPS/2002) -** Temos duas populações normais A e B com mesma variância e amostras aleatórias independentes dessas populações de tamanhos $n_1=20$ e $n_2=20$ respectivamente. Assinale a opção que dá o número de graus de liberdade da estatística de Student utilizada no teste de igualdade das médias das populações A e B.
a) 40
b) 19
c) 16
d) 20
e) 38

Para a questão 11, a tabela abaixo, que dá valores das funções de distribuição da variável normal reduzida e da variável ***t*** de Student, pode ser útil.

NORMAL	**Z**	**0,5**	**1**	**1,5**	**2**	**2,5**	**3**
	F(z)	0,691	0,841	0,933	0,977	0,994	0,999
t com 9 graus de liberdade	F(z)	0,685	0,828	0,916	0,962	0,983	0,993
t com 8 graus de liberdade	F(z)	0,685	0,827	0,914	0,960	0,982	0,991

11 **– (ESAF/Analista do Banco Central/1994) -** Suponha os pesos das pessoas, normalmente distribuídos, em certo grupo, com média de 70kg e desvio padrão de 8kg. Escolhidas ao acaso 4 dessas pessoas, a probabilidade da soma dos seus pesos ser maior do que 296kg é de :

a) 0,309
b) 0,159
c) 0,067
d) 0,023
e) 0,006

12 - **(Analista do Banco Central – 1998)** – Uma população é constituída dos valores 5, 7, 9 e 11. Amostras aleatórias com reposição de tamanho 2 são selecionadas desta população. A probabilidade de que a média amostral seja superior a 10 é:

a) 1/16
b) ¼
c) 1/8
d) 1/10
e) 1/6

13 **- (ESAF/Analista do Banco Central/2001)** – Uma variável aleatória X tem função de distribuição de probabilidade dada pôr

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{4} & 0 \le x < 1 \\ \frac{7}{12} & 1 \le x < 2 \\ \frac{11}{12} & 2 \le x < 3 \\ 1 & x \ge 3 \end{cases}$$

Assinale a opção que dá o valor da probabilidade de X = 2

a) 7/12
b) 11/12
c) 1/3
d) 3/ 4
e) 10/12

14 **- (ESAF/Analista do Banco Central/2001) –** A variável aleatória X tem distribuição de probabilidades do tipo absolutamente contínuo com densidade de probabilidades

$$f(x) = \begin{cases} 1/2\alpha & -\alpha < x < \alpha \\ 0 & |x| \geq \end{cases}$$

onde α é uma constante positiva maior do que um. Assinale a opção que dá o valor de α para que se tenha P(X>1) = 0,25

a) 4
b) 0
c) 3
d) 1
e) 2

15 **- (ESAF/Analista do Banco Central/2002) –** Uma variável aleatória do tipo absolutamente contínuo tem a função densidade de probabilidade seguinte:

$$f(x) = \begin{cases} 1{,}2 - 0{,}08x & 10 \leq x \leq 15 \\ 0 \quad em \quad outros\, casos \end{cases}$$

Assinale a opção que dá a probabilidade de que a variável aleatória assuma valores entre 10 e 12.

a) 0,640
b) 0,200
c) 0,500
d) 0,160
e) 0,825

16 - **(ESAF/AFPS-2002) -** Uma variável aleatória X tem função de distribuição de probabilidades

$$F(x) = \begin{cases} 0 \quad se \quad x < 0 \\ 0{,}5 \quad se \quad 0 \leq x < 1 \\ 1 \quad se \quad 1 \leq x < +\infty \end{cases}$$

Assinale a opção correta

a) A variável aleatória X é do tipo contínuo e $P\{X \leq 0{,}5\} < 0{,}5$
b) A variável aleatória X é do tipo contínuo e $P\{X > 0{,}5\} = 0{,}5$
c) A variável aleatória X é do tipo discreto e tem massa de probabilidades concentrada no conjunto $\{0{,}1\}$
d) A variável aleatória X é do tipo contínuo e $P\{X \leq 0{,}5\} = 0{,}5$
e) A variável aleatória X é do tipo discreto e $P\{X = 0\} = 0{,}5$

17 - **(ESAF/Analista do Banco Central/2002) –** Considere duas variáveis aleatórias X e Y. Sejam 45 e 65 as médias de X e Y, respectivamente. Sejam 4 e 16 as variâncias de X e Y, respectivamente e 3 a covariância entre essas duas variáveis. Assinale a opção que dá a variância da diferença X – Y.

a) 23
b) 20
c) 14
d) 26
e) Não é possível calcular a variância de X – Y com a informação dada.

18 - **(ESAF/AFPS-2002/Administração Tributária Previdenciária) -** Considere uma variável aleatória X do tipo discreto com espaço $\{x_1, ..., x_n\}$ onde os x_i são distintos. Seja f(x) a função massa de probabilidades de X e μ_x a sua expectância. Assinale a opção que corresponde à variância de X.

a) $\sum_{i=1}^{n} x_i f(x_i)$

b) $\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu_x)^2 f(x_i)$

c) $\left(\sum_{i=1}^{n} x_i f(x_i)\right)^2$

d) $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 f(x_i)$

e) $\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 f(x_i) - \mu_x\right)^2$

19 - **(ESAF/AFPS-2002/Administração Tributária Previdenciária) -** Sabe-se que o número de clientes que procuram atendimento numa agência da previdência no período das 17 às 18 horas tem distribuição de Poisson com média de 3 clientes. Assinale a opção que dá o valor da probabilidade de que mais de 2 clientes apareçam no período. Sabe-se que e^{-3} = 0,0498, sendo *e* o número neperiano.

a) 0,776
b) 0,667
c) 0,500
d) 0,577
e) 1,000

20 – **(ESAF/Analista MPU/2004) –** O tempo, em segundos, necessário para processar certo programa é uma variável aleatória com função densidade de probabilidades:

$$f(x) = \begin{cases} 0{,}1 & x \in (0{,}10) \\ 0 & x \notin (0{,}10) \end{cases}$$

Assinale a opção que corresponde à probabilidade de que o tempo de processamento exceda 7 segundos:

a) 0,20
b) 0,25
c) 0,30
d) 0,35
e) 0,40

21 – **(ESAF/Analista MPU/2004)** – Uma variável aleatória X tem função de distribuição:

$$F(x)=\begin{cases} 0 \quad se \quad x<0 \\ 1/4 \quad se \quad 0\le x<1 \\ 7/12 \quad se \quad 1\le x<2 \\ 1 \quad se \quad x\ge 2 \end{cases}$$

Assinale a opção que corresponde ao valor da função massa de probabilidades (ou função densidade de probabilidades, se for o caso) de X no ponto $x=1$:

a) 0,250
b) 0,333
c) 0,083
d) 0,583
e) 0,417

22 - **(ESAF/Estatístico-MPOG/2006)** – Com a seguinte função de probabilidade conjunta, onde x assume os valores 0 e 1, e y assume os valores 1, 2 e 3:

X \ Y	1	2	3
0	0,08	0,24	0,08
1	0,12	0,36	0,12

Pode-se afirmar que:

a) P(Y = 3) = 0,08
b) P(X = 0) = P(Y = 2)
c) P(Y = 2/X = 0) = 0,6
d) E(X) = 0,4
e) X e Y são variáveis aleatórias dependentes

23 - **(ESAF/Estatístico-MPOG/2006)** – Duas variáveis aleatórias discretas X e Y têm função de probabilidade conjunta dada por:

		Valores de Y		
		0	1	2
Valores de X	0	0,1	0,2	0,1
	1	0,2	0,1	-
	2	0,1	0,1	0,1

Por exemplo, P(X = 0; Y = 0) = 0,1. O valor esperado de XY é igual a:

(A) 0,25
(B) 0,70
(C) 1,50
(D) 2,10
(E) 2,20

24 – (ESAF/Analista do Banco Central/1994) – As variáveis aleatórias x e Y têm variâncias respectivamente iguais a 3 e 1 e têm covariância igual a 1. A variância de X – 2Y vale:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 5
e) 11

25 **– (ESAF/Analista do Banco Central – 1994) –** O coeficiente de correlação linear entre X e Y é r. Se Y = 4 – 2X, então:

a) r = 1
b) 0<r<1
c) r = 0
d) –1<r<0
e) r = -1

26 - **(ESAF/Analista do Banco Central/1998) –** Duas variáveis X e Y têm coeficiente linear igual a 0,8. O coeficiente de correlação linear entre as variáveis 2X e 3Y é:

a) 0,8
b) 0,53
c) 0,27
d) 0,32
e) 0,4

27 - **(ESAF/Analista do Banco Central/1998)** – Uma variável aleatória X tem a distribuição de probabilidade dada abaixo:

X	1	2	3	4
Probabilidade	0,1	0,4	M	0,1

O valor esperado e a variância valem, respectivamente

a) 2,5 e 0,45
b) 2,5 e 0,55
c) 2,5 e 0,65
d) 2 e 0,5
e) 2 e 0,6

28 - **(ESAF/Analista do Banco Central do Brasil/1998)** – Suponha que a probabilidade de um carro qualquer sofrer um acidente ao longo de 1 ano seja 1%. Se tomarmos uma amostra de 10 carros, a probabilidade de que nesta amostra nenhum carro se acidente ao longo de 1 ano (admitindo independência entre os acidentes) é:

a) 0,8
b) $1 – (0,01)^{10}$
c) 0,99
d) $(0,99)^{10}$
e) 0,10

29 - **(ESAF/Estatístico-MPOG/2006)** – Um experimento binomial é um experimento que comporta um número fixo de provas independentes, *n*. cada prova tem os resultados classificados em apenas duas categorias, a saber: sucesso ou fracasso. Muito embora essa classificação seja arbitrária, costuma-se denotar a probabilidade de sucesso por *p*, e a probabilidade de fracasso por *q*. desse modo, realizando-se 50 provas, a probabilidade de se obter 30 sucessos é dada por:

a) $C_{50}^{30} p^{30} q^{20}$
b) $C_{50}^{30} p^{20} q^{30}$
c) $C_{50}^{30} p^{0} q^{20}$
d) $C_{50}^{30} pq^{20}$
e) $C_{50}^{30} p^{20} q^{0}$

Sérgio Ricardo de Brito Gadelha
http://srbgadelha.wordpress.com
professor.sergio.gadelha@gmail.com

30 – **(ESAF/Estatístico-MPOG/2006)** – Uma variável aleatória X tem distribuição de Poisson, com parâmetro "λ", e k = 0, 1, 2, 3, ... se, e somente se:

a) $P(X = k) = \dfrac{\lambda \times e^{-\lambda}}{k}$

b) $P(X = k) = \dfrac{\lambda^k \times e^{-\lambda}}{k}$

c) $P(X = k) = \dfrac{\lambda^k \times e^{\lambda}}{k}$

d) $P(X = k) = \dfrac{\lambda^k \times e}{k!}$

e) $P(X = k) = \dfrac{\lambda^k \times e^{-\lambda}}{k!}$

Sérgio Ricardo de Brito Gadelha
http://srbgadelha.wordpress.com
professor.sergio.gadelha@gmail.com

IV – Principais teoremas de probabilidade. Teorema de Tchebycheff. Lei dos Grandes Números. Teorema do Limite Central. Inferência estatística. Estimação pôr ponto e pôr intervalo. Propriedades desejáveis dos estimadores em pequenas e grandes amostras

01 – **(ESAF/Analista de Comércio Exterior/2002)** - Deseja-se determinar, para uma população com *N* elementos, em um esquema de amostragem aleatória simples, o tamanho de amostra *n* necessário para estimar a média populacional do atributo X. Deseja-se que o erro em valor absoluto do procedimento não seja superior a 10% da média populacional, com probabilidade de 95%. De um estudo piloto obtém-se que a variância de X tem o valor 80 e que a média tem o valor 20. Tomando como aproximadamente 2 o quantil de ordem 0,975 da distribuição normal padrão, supondo que a média da amostra tem distribuição aproximadamente normal e desprezando a fração de amostragem *n/N*, assinale a opção que dá o valor de *n*.
a) 1000
b) 100
c) 80
d) 200
e) 150

02 - **(ESAF/AFPS/2002/)** – Em um esquema de amostragem aleatória simples deseja-se determinar o tamanho da amostra que permite estimar a média de um atributo *X* com erro absoluto não-superior a 2 unidades com probabilidade 95%. Como informação preliminar espera-se que *X* seja aproximadamente uniformemente distribuído com amplitude populacional de cerca de 100 unidades. Considerando como aproximadamente zero a taxa *n/N* e tomando como 2 o quantil de ordem 97,5% da normal padrão, assinale a opção que dá o valor de *n*.
a) 431
b) 133
c) 400
d) 830
e) 1.000

03 - **(ESAF/AFPS/2002/Administração Tributária Previdênciária)** – Sejam $X_1, \dots, X_n$ observações de um atributo X. Sejam

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \quad e \quad S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

a) Pelo menos 95% das observações de X diferem de $\bar{x}$ em valor absoluto pôr menos que 2S.
b) Pelo menos 99% das observações de X diferem de $\bar{x}$ em valor absoluto pôr menos que 2S.
c) Pelo menos 75% das observações de X diferem de $\bar{x}$ em valor absoluto pôr menos que 2S.
d) Pelo menos 80% das observações de X diferem de $\bar{x}$ em valor absoluto pôr menos que 2S.
e) Pelo menos 90% das observações de X diferem de $\bar{x}$ em valor absoluto pôr menos que 2S.

04 - **(ESAF/AFPS/2002) –** O desvio-padrão da média para uma amostra de tamanho 100 é 30. A fim de tornar o desvio-padrão da média igual a 15, o que deveríamos fazer?

a) Aumentar o tamanho da amostra para 200.
b) Aumentar o tamanho da amostra para 150.
c) Diminuir a amostra para 50.
d) Aumentar o tamanho da amostra para 400.
e) Aumentar o tamanho da amostra para 300.

05 - **(ESAF/AFPS/2002)** – Assinale a opção correta em referência ao significado do termo amostragem aleatória simples.

a) Refere-se a um método de classificação da população.
b) Refere-se à representatividade da amostra.
c) É um método de escolha de amostras.

d) Refere-se a amostras sistemáticas de populações infinitas.
e) Refere-se à amostragem por quotas.

06 **– (VUNESP/Analista do Banco Central – 1998)** – Através de uma amostra de 100 trabalhadores de certa categoria profissional, estimou--se um salário médio amostral de R$ 2000,00. O desvio padrão populacional vale R$ 400,00. Desta forma, o intervalo de confiança para o salário médio de toda a categoria foi 2000,00 $\pm$ 80,00, com um certo coeficiente de confiança. Se tivéssemos obtido o mesmo dado amostral com uma amostra de 400 pessoas, o intervalo de confiança (com o mesmo coeficiente de confiança) seria dado pôr

a) 2000,00 $\pm$ 80,00
b) 2000,00 $\pm$ 60,00
c) 2000,00 $\pm$ 40,00
d) 2000,00 $\pm$ 20,00
e) 2000,00 $\pm$ 10,00

07 – **(ESAF/IBGE – 1999)** – X_1, X_2, X_3 é uma amostra aleatória simples de uma distribuição com média μ e variância σ^2. A estatística $T = (3\,X_1 - X_2 + X_3)/5$ tem média e variância, respectivamente, iguais a:

a) 3μ e $12\sigma^2$
b) μ e σ^2
c) $0{,}6\mu$ e $2\sigma^2$
d) $0{,}6\mu$ e $0{,}44\sigma^2$
e) μ e $0{,}2\sigma^2$

08 – **(ESAF/IBGE/1999)** – Uma amostra simples de tamanho 10 de uma distribuição normal com média μ e variância σ^2 forneceu os seguintes valores:

2,0 2,0 2,4 2,7 3,0 3,5 3,8 4,0 4,3

Usando estimação pôr máxima verossimilhança, a estimativa de σ^2 é igual a

a) 0,025
b) 0,251
c) 0,652
d) 0,725
e) 1,237

09 – **(ESAF/IBGE/1999)** – X_1, X_2, X_3, X_4 é uma amostra aleatória simples de uma distribuição com média μ. Considere os seguintes estimadores de μ:

$T_1 = 2X_1 + X_2 + X_3/5$
$T_2 = X_1 + X_2 + X_3/4$
$T_3 = 2X_1X_2 - X_3 X_4$
$T_4 = X_1 + 2X_2 - 3X_3 + X_4$

São estimadores não viesados de μ:

a) T_1 e T_2
b) T_1 e T_4
c) T_1 e T_3
d) T_3 e T_4
e) T_2 e T_4

10 – **(ESAF/IBGE/1999)** – Uma certa característica populacional é descrita pôr uma variável aleatória com média μ e variância 16. Se observarmos uma amostra aleatória simples de tamanho 900, a probabilidade de que a média amostral não se afaste de μ pôr mais de 0,3 unidades é de, aproximadamente:
a) 56%
b) 73%
c) 85%
d) 90%
e) 98%

V - Intervalo de Confiança e Teste de Hipóteses. Tipos de erro. Nível de significância

01 - **(ESAF/Analista (Planej. e Execução Financeira) - CVM - 2000) -** Acredita-se que o preço de um bem (X), em reais, tenha distribuição populacional uniforme no intervalo aberto (1; 7). Assinale a opção que corresponde à probabilidade de se observar na população um valor de X de pelo menos 3 reais e de no máximo 5 reais.
a) 2/7
b) 1/3
c) 5/6
d) 1/2
e) 3/4

02 – **(ESAF/AFPS-2002/Administração Tributária Previdenciária) -** Um atributo X tem distribuição aproximadamente normal com média μ e variância σ^2. A partir de uma amostra aleatória de tamanho 16 da população definida pôr X, deseja-se testar a hipótese H_0: μ = 22, contra a alternativa H_a: μ = 22. Para esse fim, calcula-se a média amostral $\overline{X} = 30$ e a variância amostral S^2 = 100. Assinale a opção que corresponde à probabilidade de significância (p-valor do teste)

a) 2P{T>3,2} onde T tem distribuição de Student com 15 graus de liberdade.
b) P{|Z|>3,2} onde Z tem distribuição normal padrão.
c) P{Z< - 2,2} onde Z tem distribuição normal padrão.
d) P{T< - 3,2} onde T tem distribuição de Student com 15 graus de liberdade.
e) P{|T| > 2,2} onde T tem distribuição de Student com 15 graus de liberdade.

Para a questão 04, a tabela abaixo, que dá valores das funções de distribuição da variável normal reduzida e da variável ***t*** de Student, pode ser útil.

NORMAL	**Z**	**0,5**	**1**	**1,5**	**2**	**2,5**	**3**
	F(z)	0,691	0,841	0,933	0,977	0,994	0,999
t com 9 graus de liberdade	F(z)	0,685	0,828	0,916	0,962	0,983	0,993
t com 8 graus de liberdade	F(z)	0,685	0,827	0,914	0,960	0,982	0,991

03 – **(Analista do Banco Central – 1994)** – Uma amostra aleatória simples, de tamanho n = 9, de uma população normal, revelou média amostral $\overline{X} = 12$ e desvio padrão amostral S = 6. O intervalo de confiança [8,16], para a média da população, tem nível de confiança de:
a) 92%
b) 92,4%
c) 96%
d) 96,2%
e) 97,7%

Sérgio Ricardo de Brito Gadelha
http://srbgadelha.wordpress.com
professor.sergio.gadelha@gmail.com

04 – **(Analista do Banco Central – 1994)** – Um teste de hipótese foi aplicado e, ao nível de significância de 5%, rejeitou-se H_0. O que acontecerá, se forem adotados os níveis de significância de 1% e de 10%, respectivamente?

a) Rejeitar-se-á H_0 em ambos os casos.
b) Rejeitar-se-á H_0 A 1% e nada se pode afirmar quanto ao de 10%.
c) Nada se pode afirmar quanto ao de 1% e rejeitar-se-á H_0 a 10%
d) Nada se pode afirmar em ambos os casos.
e) Aceitar-se-á H_0 a 1% e rejeitar-se-á H_0 a 10%.

05 – **(Analista do Banco Central – 1997)** – Um auditor possui 10.000 comprovantes de operações financeiras referentes ao mês de julho de 1997. Uma amostra de 100 comprovantes foi selecionada e apresentou os seguintes resultados:

valor médio das operações: R$ 1.500,00 e
desvio padrão observado: R$ 270,00

Considerando cálculos para populações infinitas e aproximação normal, julgue os itens seguintes, utilizando, se necessário, a tabela normal padronizada abaixo.

%	**.00**	**.01**	**.02**	**.03**	**.04**	**.05**	**.06**	**.07**	**.08**	**.09**
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3643	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4656	.4671	.4671	.4678	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4726	.4738	.4744	.4750	.4756	.4756	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817

a) O valor total das operações realizadas em julho é estimado em R$ 150.000,00.
b) Se o intervalo de confiança obtido para o valor médio das operações foi [1.440;1.560], o nível de confiança utilizado para o cálculo foi superior a 95%.
c) A probabilidade de uma dessas operações financeiras de julho ter valor superior a R$ 1.770,00 é inferior a 0,2.
d) Para estimar a proporção de comprovantes com erro de digitação, considerando margem de erro amostral igual a 2% e nível de confiança de 95%, o número de comprovantes a serem analisados deverá ser superior a 2.750,00.
e) Caso, em agosto, o intervalo de confiança para o mesmo estudo tenha sido de [1.450;1.520], com nível de confiança de 97,7%, um teste de hipótese que queira reduzir a 0,01 o risco de se cometer um erro do tipo I não fornecerá evidência para se afirmar que a média de operações foi diferente de R$ 1.515,00.

06 – **(CESPE-UnB/Analista do Banco Central/2000)** – um psicólogo deseja estudar o tempo (em minutos) que os empregados de uma companhia levam para realizar certa tarefa. Postula-se que os tempos na população considerada seguem uma distribuição normal com média μ e variância σ^2, ambas desconhecidas. O psicólogo obteve uma amostra de n = 100 empregados e registrou o tempo que cada um deles precisou para realizar a tarefa. Para os 100 tempos registrados, obtiveram-se o valor médio $\overline{X} = 6{,}25$ minutos e o desvio padrão S = 1 minuto.

Valores selecionados da tabela normal

Z	1,282	1,645	1,960	2,576
Pr ($X \leq z$)	0,900	0,950	0,975	0,995

Se X tem distribuição normal padrão, as entradas representam a probabilidade $Pr(X \leq z)$.

Nessa situação e utilizando, caso seja necessário, os valores selecionados da tabela normal fornecidos acima, julgue os itens a seguir.

a) Quando $\mu = 6{,}50$ e $\sigma^2 = 1$, a probabilidade de se observar um valor de X menor ou igual a 6,25 é maior que 0,995.
b) O nível de confiança do intervalo $6{,}09 < \mu < 6{,}41$ é menor que 95%.
c) Para um nível de significância $\alpha = 0{,}01$ (1%), a hipótese nula H_0: $\mu = 6{,}50$ é rejeitada em favor da alternativa H_a: $\mu = 6{,}50$.
d) Ao testar a hipótese nula H_0: $\mu = 6{,}50$ contra a alternativa H_a: $\mu = 6{,}50$, o nível de significância α representa a probabilidade de se aceitar a hipótese nula quando ela for falsa.
e) Se o psicólogo desejar obter um intervalo de confiança de nível 95% para μ cujo comprimento não seja maior que 0,04 minutos, usando como hipótese de trabalho que $\sigma = 1$, então ele necessitará obter uma amostra de tamanho igual a 1.000.

07 – **(ESAF/Analista do Banco Central/2001)** – Um auditor deseja estimar a proporção p de contas incorretamente contabilizadas no processo contábil de uma instituição financeira. Neste contexto, decide tomar uma amostra aleatória de tamanho n das contas e estimar p usando a proporção amostral de contas incorretamente contabilizadas. O auditor considera a população de contas infinita e que a proporção amostral tenha distribuição aproximadamente normal com expectância p e variância p(1 – p)/n. Suponha variância máxima e que Φ (2) $\cong 0{,}975$, sendo Φ (.) a função de distribuição da normal padrão, assinale a opção que dá o valor de n que o auditor deve tomar para estimar p com erro não superior a 5% para mais ou para menos com nível de confiança de 95%.

a) 100
b) 200
c) 400
d) 500
e) 130

Sérgio Ricardo de Brito Gadelha
http://srbgadelha.wordpress.com
professor.sergio.gadelha@gmail.com

08 **– (ESAF/IBGE/1999) –** Uma amostra aleatória de tamanho 400 de uma distribuição normal foi observada, verificando-se uma média amostral igual a 20,3 com um desvio padrão igual a 2,0. Um intervalo de confiança com 95% de nível de confiança para a média populacional será dado pôr

a) (16,734; 23,866)
b) (18,736; 21,864)
c) (19,078; 21,522)
d) (20,104; 20,496)
e) (19,749; 20,851)

09 - **(ESAF/IBGE/1999) –** Uma amostra aleatória simples de tamanho n>2 é observada de uma distribuição normal com média μ e variância σ^2. Para testar H_0: $\mu \neq \mu_0$ versus H_1: $\mu = \mu_0$, onde μ_0 é um número real qualquer, devemos usar uma estatística de teste que tem, quando a hipótese nula é verdadeira, a seguinte distribuição de probabilidades:

a) Qui-quadrado com n graus de liberdade
b) t-Student com n-1 graus de liberdade
c) F com 1 e n – 2 graus de liberdade
d) t – Student com 1 grau de liberdade
e) F com n – 1 e n – 2 graus de liberdade

Sérgio Ricardo de Brito Gadelha
http://srbgadelha.wordpress.com
professor.sergio.gadelha@gmail.com

GABARITO

I – PROBABILIDADE

01 – C
02 – B
03 – E
04 – (A)F, (B)V, (C)F, (D)V, (E)V
05 - B
06 – A
07 – D
08 – E

II – MEDIDAS DE POSIÇÃO E DE DISPERSÃO. ASSIMETRIA E CURTOSE

01 – E
02 – E
03 – C
04 - C
05 – D

III – VARIÁVEIS ALEATÓRIAS DISCRETAS E CONTÍNUAS. FUNÇÃO DE PROBABILIDADE E DENSIDADE DE PROBABILIDADE. DISTRIBUIÇÃO CONJUNTA, DISTRIBUIÇÃO MARGINAL, INDEPENDÊNCIA ESTATÍSTICA. ESPERANÇA MATEMÁTICA E VARIÂNCIA DE UMA VARIÁVEL ALEATÓRIA. COVARIÂNCIA E COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO. PRINCIPAIS DISTRIBUIÇÕES: BERNOULLI, BINOMIAL, POISSON, GEOMÉTRICA, HIPERGEOMÉTRICA, UNIFORME, NORMAL, LOGNORMAL, QUI-QUADRADO, t e F.

01 – D	11 – B	21 - B
02 – E	12 – D	22 - C
03 – B	13 – C	23 - B
04 – A	14 – E	24 - C
05 – C	15 – A	25 - E
06 – A	16 – C	26 - A
07 – E	17 - C	27 - C
08 – B	18 - B	28 - D
09 – D	19 - D	29 - A
10 – E	20 - C	30 - E

IV – Principais teoremas de probabilidade. Teorema de Tchebycheff. Lei dos Grandes Números. Teorema do Limite Central. Inferência estatística. Estimação pôr ponto e pôr intervalo. Propriedades desejáveis dos estimadores em pequenas e grandes amostras

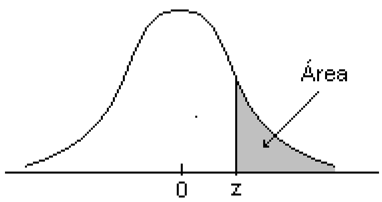
01 – C
02 – D
03 – C
04 – D
05 – C
06 – C
07 – D
08 – C
09 – E
10 – E

V - Intervalo de Confiança e Teste de Hipóteses. Tipos de erro. Nível de significância

01 – B
02 – A
03 – A
04 – C
05 – (A) F, (B) V, (C) V, (D) F e (E) V
06 - (A) F, (B) V, (C) V, (D) F e (E) F
07 – C
08 – D
09 – B

Sérgio Ricardo de Brito Gadelha
http://srbgadelha.wordpress.com
professor.sergio.gadelha@gmail.com

DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRÃO



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641
0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0722	.0708	.0694	.0681
1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
1.8	.0359	.0352	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
2.9	.0019	.0018	.0017	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
3.0	.00135									
3.5	.000233									
4.0	.0000317									
4.5	.00000340									
5.0	.000000287									

Sérgio Ricardo de Brito Gadelha
http://srbgadelha.wordpress.com
professor.sergio.gadelha@gmail.com

Áreas da Distribuição Normal Padronizada - Um dado na tabela é a proporção, sob toda a curva que está compreendida entre z = 0 e um valor positivo de z. Para valores negativos de z, as áreas são obtidas por simetria.

%	**.00**	**.01**	**.02**	**.03**	**.04**	**.05**	**.06**	**.07**	**.08**	**.09**
.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
.6	.2257	.2257	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2518	.2549
.7	.2580	.2580	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
.8	.2881	.2881	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3643	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4656	.4671	.4671	.4678	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4726	.4738	.4744	.4750	.4756	.4756	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4626	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4986	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989		.4989	.4990	.4990